

# 基于小波包分解的频带局部能量特征提取方法

王奉涛 马孝江 邹岩 张志新

**【摘要】** 提出了一种基于小波包分解的频带局部能量特征提取方法。在小波包分解的理论基础上,引入了频带局部能量的概念,用以表征信号在某个频带的某个时间段的能量大小,反映了信号频率的时变性。并以仿真信号为例,说明基于小波包分解的频带局部能量特征提取方法的有效性。

**关键词:** 故障诊断 特征提取 小波包 频带局部能量

中图分类号: TP393 文献标识码: A

## Local Power Feature Extraction Method of Frequency Bands Based on Wavelet Packet Decomposition

Wang Fengtao Ma Xiaojiang Zou Yankun Zhang Zhixin

(Dalian University of Technology)

### Abstract

Vibration signals of a machine are proved to be non-stationary ones. They usually carry important dynamic information of a machine and are very useful for fault diagnosis. Wavelet packet decomposition is a tool for signal identification. In this paper, a new feature extraction method based on wavelet packet decomposition was presented. The concept of local power of frequency bands used for measurement of signal power in selected frequency bands and certain periods was defined. The proposed feature extraction method was tested by the simulated signals and the results showed that the method was effective.

**Key words** Fault diagnosis, Feature extraction, Wavelet packet, Local power of frequency bands

### 引言

特征提取<sup>[1]</sup>是当前机械故障诊断中的瓶颈问题,它直接关系到故障诊断的准确性和早期预报的可靠性。目前,利用机械设备表面振动信号对其进行不解体检测与故障诊断,是一种很有效的手段。然而,怎样提取有效的特征是信号处理的关键,也是比较困难的问题。

小波分析是一种全新的时频分析方法。小波变换对低频信号具有很好的频域分辨率,对高频信号具有很好的时域分辨率。小波包分解可以将信号分

解为原信号在不同频带上的投影,对这些频带内的信号进行分析称之为频带分析技术。本文在小波包理论的基础上,引入了频带局部能量的概念,用以表征信号在某个频带的某个时段的能量大小,并以仿真信号为例说明基于频带局部能量特征提取方法的有效性。

### 1 频带能量分析

若  $\psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$ , 且满足容许性条件

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty$$

收稿日期: 2003-01-10

王奉涛 大连理工大学机械工程学院 讲师 博士, 116024 大连市

马孝江 大连理工大学机械工程学院 教授

邹岩 大连理工大学机械工程学院 博士生

张志新 大连理工大学机械工程学院 讲师

式中  $\hat{\psi}(\omega)$ —— $\psi(t)$ 的傅氏变换  $\omega$ ——圆频率  
 则  $\psi(t)$ 称是基本小波。

由基本小波生成的二进离散小波为

$$\psi_{jk}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (j, k \in \mathbf{Z})$$

如果二进离散小波簇  $\{\psi_{jk}(t) | j, k \in \mathbf{Z}\}$  构成  $L^2(\mathbf{R})$  的标准正交基, 则有  $x(t) \in L^2(\mathbf{R})$  的正交小波分解

$$x(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{k \in \mathbf{Z}} d_k^j \psi_{jk}(t) + \sum_{k \in \mathbf{Z}} c_k^N \varphi_{Nk}(t) \quad (1)$$

式中  $N$ ——分解层数  $d_k^j$ ——系数

$c_k^N$ —— $N$ 层的尺度系数

$\varphi_{Nk}(t)$ ——二进正交尺度函数

当  $j=N$  时, 由基本小波  $\psi(t)$  所得的二进正交尺度函数为

$$\varphi_{jk}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) \quad (j, k \in \mathbf{Z})$$

将尺度函数  $\varphi(t)$  和小波函数  $\psi(t)$  分别记为

$u_0(t) = \varphi(t)$  和  $u_1(t) = \psi(t)$ , 则由

$$\begin{cases} u_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbf{Z}} h(k) u_n(2t - k) \\ u_{2n-1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbf{Z}} g(k) u_n(2t - k) \end{cases} \quad (2)$$

所定义的函数  $u_n$  ( $n=2l$  或  $n=2l+1, l=0, 1, 2, \dots$ ), 称为正交尺度函数  $u_0 = \varphi$  的小波包。式(2)中,  $g(k) = (-1)^k h(1-k)$ , 即两系数也满足正交关系。这就把多分辨分析中的正交小波分解推广到小波包分解, 得到信号的小波包表示为

$$g_j^n(t) = \sum_l d_l^{j,n} u_n(2^j t - l) \quad (3)$$

式中  $d_l^{j,n}$ ——分解所得的系数

小波包分解中, 分解层数的增加可使信号的高频成分和低频成分的分解都达到很精细的程度。信号经  $N$  层小波包分解后可以得到信号在某一频段内的特征信息, 即原振动信号的能量被分解到  $2^N$  个正交频带上, 信号在各频带上的能量总和与原信号的能量是一致的, 每个频带内的振动信号表征原信号在该频率范围内的振动特征信息。振动信号在各频带投影序列的能量  $E_{Nj}$  定义为

$$E_{Nj} = \int |S_{Nj}(t)|^2 dt = \sum_{l=1}^M |d_l^{j,n}|^2 \quad (j=1, 2, \dots, 2^N) \quad (4)$$

式中  $S_{Nj}$ ——小波包分解第  $N$  层从低频到高频  $2^N$  个频带成分的系数构成的特征信号

$d_l^{j,n}$ ——分解信号序列  $S_{Nj}$  第  $l$  个离散点系数

$M$ ——分解信号序列  $S_{Nj}$  的离散点的个数

## 2 频带局部能量的特征提取方法

基于小波包分解的频带局部能量  $E_{Nj}^i$  定义为<sup>[2]</sup>

$$E_{Nj}^i = \int_{t_1}^{t_2} |S_{Nj}(t)|^2 dt = \sum_{l=M_1}^{M_2} |d_l^{j,n}|^2 \quad (5)$$

式中  $i$ ——分解信号序列  $S_{Nj}$  的时间段序号

$t_1, t_2$ ——分解信号序列  $S_{Nj}$  的第  $i$  个时间段对应的起始与结束时刻

$M_1, M_2$ ——分解信号序列  $S_{Nj}$  的  $t_1, t_2$  时刻对应离散点的下标,  $0 \leq M_1, M_2 \leq M$

基于小波包分解的局部时频能量  $E_{Nj}^i$  反映了原信号在该频率范围内, 某个时段的能量大小, 因此对非平稳时变信号的分析有重要意义。

基于小波包分解的频带局部能量特征提取步骤如下: ①对实验测得的振动信号进行  $N$  层小波包分解, 得到第  $N$  层从低频到高频  $2^N$  个频带成分的系数构成的特征信号  $S_{Nj}$  ( $j=1, 2, \dots, 2^N$ )。②计算信号的频带局部能量  $E_{Nj}^i$ 。假设对特征信号  $S_{Nj}$  求取  $m$  个局部能量。③构造特征向量。对每一信号进行小波包分解, 计算各频带的局部能量, 得到一组与信号相对应的能量序列  $\{E_j | j=1, 2, \dots, 2^N m\}$ , 则可由此确定与此能量序列对应的特征向量  $P = (E_1, E_2, \dots, E_{2^N m})$ 。

## 3 仿真研究

针对图 1 所示的信号 1 和信号 2 分别采用小波频带能量分析和频带局部能量特征提取方法进行对比分析<sup>[3~5]</sup>。

两信号均为 3 段正弦信号的叠加, 其中信号 1 的前 1/3 为  $x = \sin(50 \times 2\pi t)$ , 中间 1/3 为  $x = \sin(150 \times 2\pi t)$ , 最后为  $x = \sin(350 \times 2\pi t)$ ; 而信号 2 的前 1/3 为  $x = \sin(150 \times 2\pi t)$ , 中间 1/3 为  $x = \sin(350 \times 2\pi t)$ , 最后为  $x = \sin(50 \times 2\pi t)$ 。采样频率为 1 000 Hz。

对两信号分别进行 3 层小波包分解, 在尺度 3 上形成  $2^3 = 8$  个频带, 各频带对应频率范围见表 1。图 2 为小波包分解后的各频带的时域波形。

表 1 各频带对应的频率范围

Tab. 1 Frequency bands of nodes

频带序号	频率范围/Hz	频带序号	频率范围/Hz
1	0~62.5	5	250~312.5
2	62.5~125	6	312.5~375
3	125~187.5	7	375~437.5
4	187.5~250	8	437.5~500

利用式(4)计算小波包分解后每个频带信号的频带能量, 做出频带能量统计直方图, 如图 3 所示。然后将小波包分解后每个频带信号等分为 3 个时段:  $[0, 0.2]$ ,  $[0.2, 0.4]$ ,  $[0.4, 0.6]$ , 利用式(5)分

别计算各段频带局部能量,做出能量统计直方图,如

图 4 所示。

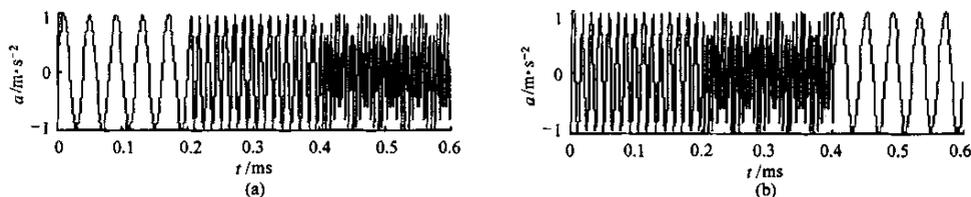


图 1 仿真信号的时域波形

Fig. 1 Vibration of simulated signals

(a) 信号 1 (b) 信号 2

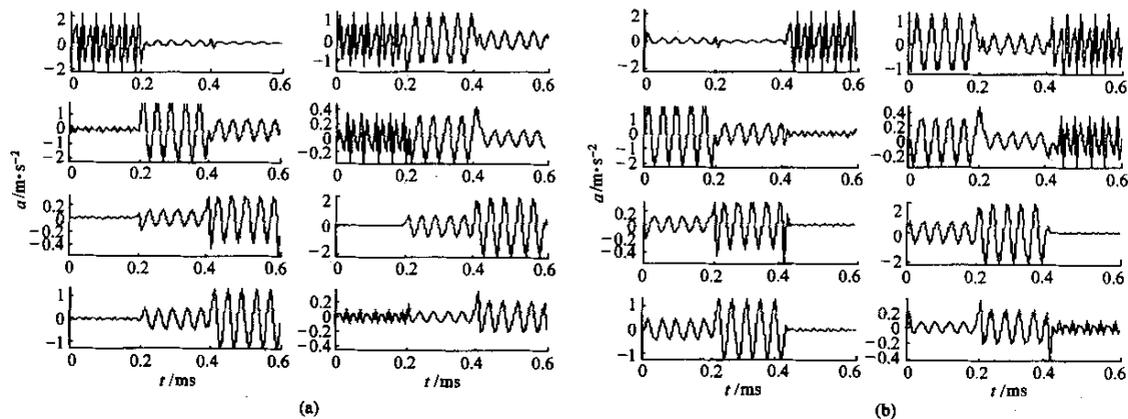


图 2 仿真信号的小波包分解

Fig. 2 Wavelet packet decomposition of simulated signals

(a) 信号 1 (b) 信号 2

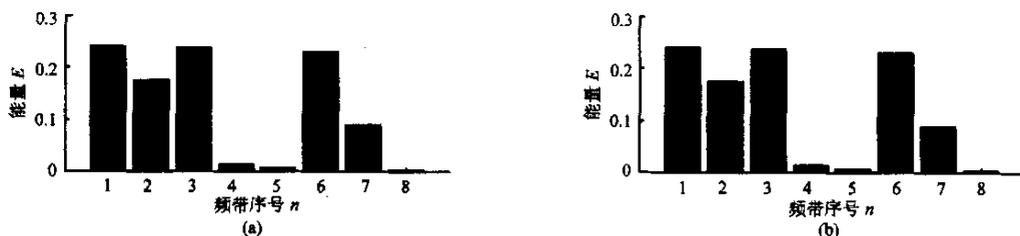


图 3 仿真信号的频带能量统计

Fig. 3 Frequency bands energy analysis of simulated signals

(a) 信号 1 (b) 信号 2

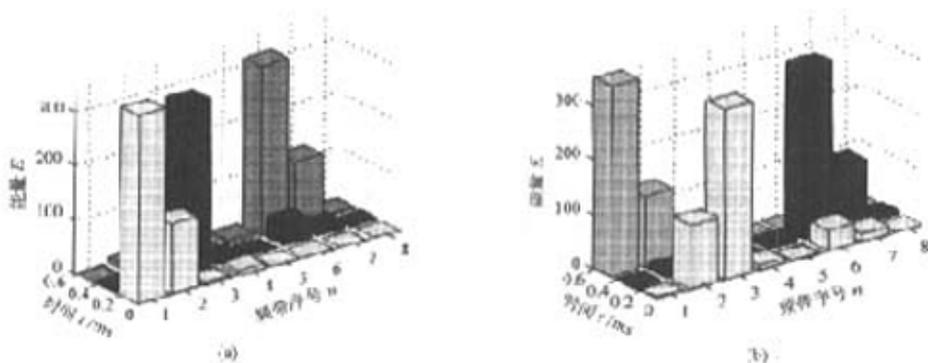


图 4 仿真信号的频带局部能量统计

Fig. 4 Frequency bands local energy analysis of simulated signals

(a) 信号 1 (b) 信号 2

两仿真信号均为频率跳变信号,如图1所示。两信号的50 Hz正弦分量位于第1频带,150 Hz正弦分量位于第3频带,350 Hz正弦分量位于第6频带,这3个频带能量较大,而第2、7频带也出现较大能量,则是由于小波包分解出现频率混淆。

由于小波包频带能量特征的提取是对整个频带进行统计,没有考虑频率的时变性,因此,两信号得到了相同的能量统计直方图,如图3所示。而频带局部能量特征提取,考虑到了频率的时变性,从图4中可以看到,信号1的50 Hz、150 Hz和350 Hz正弦分量分别出现在 $[0, 0.2]$ 、 $[0.2, 0.4]$ 和 $[0.4, 0.6]$ 时段;而信号2的50 Hz、150 Hz和350 Hz正弦分量分别出现在 $[0.4, 0.6]$ 、 $[0, 0.2]$ 和 $[0.2, 0.4]$ 时段,故有效地区分了两类信号。

#### 参 考 文 献

- 1 孙即祥,王晓华,钟山. 模式识别中的特征提取与计算机视觉不变量. 北京:国防工业出版社,2001.
- 2 程正兴. 小波分析算法与应用. 西安:西安交通大学出版社,1998.
- 3 王珍,马孝江. 局域波时频法在柴油机缸套活塞磨损诊断中的应用研究. 内燃机学报,2002,20(2):157~160
- 4 张贤达,保铮. 非平稳信号的分析与处理. 北京:国防工业出版社,1998.
- 5 科恩 L 著. 时-频分析:理论与应用. 白居宪 译. 西安:西安交通大学出版社,1998.

(上接第 176 页)

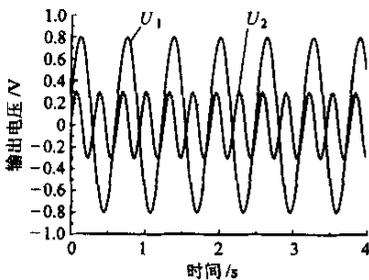


图4 系统仿真输出曲线

Fig.4 Systematic simulation output

## 4 结论

(1) 提出了基于小波包分解的频带局部能量的概念及计算方法,对于非平稳时变信号的研究有重要意义。

(2) 提出了基于频带局部能量的特征提取方法,更好地反映了信号的频率特征的时变特点,为准确地分析和处理非平稳信号提供了有效的方法。

(3) 这种方法提取的特征与故障之间是一种复杂的非线性映射,用常规方法不易实现。人工神经网络在这方面具有得天独厚的条件,是一种理想的分类器,因此,二者的结合必然为智能诊断工程提供新的途径。

## 4 结束语

按照系统状态变量分析方法求得的传递函数含有系统中各个元件的参数,所以这样的系统描述比较能反映系统的动态特性,也符合系统描述的精度要求,若考虑动态误差溯源的要求,则这种方法建立的模型更有其用武之地。由系统的仿真结果看,该模型能反映系统的动态输出特征。用系统状态变量方法求得的模型为后继的研究工作提供了较好的参考价值。

#### 参 考 文 献

- 1 黄俊钦. 测试系统动力学. 北京:国防工业出版社,1996. 56~71
- 2 林洪桦. 动态测试数据处理. 北京:北京理工大学出版社,1995. 66~76
- 3 克洛斯 C M, 弗雷德里克 D K 著. 动态系统模型的建立和分析. 张惠侨 等译. 北京:机械工业出版社,1987. 15~26
- 4 于连栋,费业泰. 位移传感器动态精度实验系统的研制. 工具技术,2002,36(5):34~36
- 5 强锡富. 传感器(第六版). 北京:机械工业出版社,1998. 70~74